Licence 3 – SDV 2008-2009

UE Statistiques de base

TD3 – Lois de probabilité

Exercice 1 :

On tire 9 cartes dans un jeu de 52 cartes. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de carrés obtenus. Trouver la loi de X (On calculera d'abord p(X=2) puis p(X=1) puis p(X=0).

Exercice 2 :

Une urne contient 5 boules : 3 rouges et 2 vertes. On tire 3 boules une à une et sans remise. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de vertes tirées. Déterminer la loi de X.

Exercice 3 :

On sélectionne les candidats à un jeu télévisé en les faisant répondre à dix questions.
Ils devront choisir, pour chacune des questions, parmi quatre affirmations, celle qui est exacte.
Un candidat se présente et répond à toutes les questions au hasard.
On appelle X la variable aléatoire désignant le nombre de réponses exactes données par ce candidat à l'issue du questionnaire.

1. Quelle est la loi de probabilité de X ?
2. Calculer la probabilité pour qu'il fournisse au moins 8 bonnes réponses, et soit ainsi sélectionné.

Exercice 4 :

Chacun des caractères composant une page d'un livre a la probabilité 0.1 d'être mal rendu. On suppose qu'il y a 1500 caractères par page. Quelle est la probabilité d'avoir 2 caractères mal rendus ?

Exercice 5 :

Une variable Z suit une loi normale centrée réduite.

1. Donner les probabilités de :

$p(Z<-0{,}643\ ;0{,}643<Z)$; $p(|Z| > 0.706)$; $p(Z > 0.10)$; $p(Z > -1.555)$; $p(Z < 1.2)$; $p(1.4 < Z < 2.3)$

2. Trouver les valeurs a telles que :

$p(|Z| > a) = 0.78$; $p(|Z| > a) = 0.05$; $p(Z > a) = 0.05$; $p(|Z| > a) = 0.01$

Exercice 6 :

Une usine fabrique, en grande quantité, des rondelles d'acier pour la construction, leur diamètre est exprimé en millimètres. Une rondelle de ce modèle est conforme pour le diamètre lorsque celui ci appartient à l'intervalle [89,6 ; 90,4].

1. On note X_1, la variable aléatoire qui à chaque rondelle prélevée au hasard dans la production associe son diamètre. On suppose que la variable aléatoire X_1 suit la loi normale de moyenne 90 et d'écart type $\sigma = 0{,}17$. Calculer la probabilité qu'une rondelle prélevée au hasard dans la production soit conforme.

2. L'entreprise désire améliorer la qualité de la production des rondelles : il est envisagé de modifier le réglage des machines produisant les rondelles. On note D la variable aléatoire qui, à chaque rondelle prélevée dans la production future associera son diamètre. On suppose que la variable aléatoire D suit une loi normale de moyenne 90 et d'écart type σ_1. Déterminer σ_1 pour que la probabilité qu'une rondelle prélevée au hasard dans la production future soit conforme pour le diamètre soit égale à 0,99.

Les rondelles sont commercialisées par lots de 1000. On prélève au hasard un lot de 1000 dans un dépôt de l'usine. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 1000 rondelles. On considère la variable aléatoire Y_2 qui à tout prélèvement de 1000 rondelles associe le nombre de rondelles non conformes parmi ces 1000 rondelles. On admet que la variable aléatoire Y_2 suit la loi binomiale de paramètres n = 1000 et p = 0,02. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire Y_2 par la loi normale de moyenne 20 et d'écart type 4,43. On note Z une variable aléatoire suivant la loi normale de moyenne 20 et d'écart type 4,43.
3. Justifier les paramètres de cette loi normale.
4. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus 15 rondelles non conformes dans le lot de 1000 rondelles, c'est à dire calculer $p(Z \leq 15{,}5)$.

Exercice 7 :

On a répertorié dans une usine le nombre d’accidents mineurs subis par le personnel dans une journée de travail sur une période de 200 jours. Ces accidents sont survenus indépendamment les uns des autres. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Nombre d’accidents	0	1	2	3	4	5
Nombre de jours	86	82	22	7	2	1

1. Quel est le nombre moyen d’accidents par jour ?
2. Appelons X la variable aléatoire égale au nombre d'accidents recensés par jour. Quelle est la loi de X ?
3. Quel est le nombre théorique de jours où il se produit moins de 3 accidents ?

Exercice 8 :

Une voiture est soumise au contrôle technique. Le nombre de défaillances découvertes suit une loi de Poisson de paramètre 2.
S’il n’y a pas de défaillance, le contrôle dure en moyenne 2h. Si on découvre 1 ou 2 défaillances, pour les éliminer, on met encore 30 minutes pour chacune d’elles. Si on en découvre plus de 2, la voiture est soumise à l’inspection technique qui dure en moyenne 4h.
Déterminer le temps moyen passé sur une voiture.

Exercice 9 :

Une entreprise d'autocars dessert une région montagneuse. En chemin, les véhicules peuvent être bloqués par des incidents extérieurs comme des chutes de pierres, des troupeaux sur la route, etc. Un autocar part de son entrepôt. On note D la variable aléatoire qui mesure la distance en kilomètres que l'autocar va parcourir jusqu'à ce qu'il survienne un incident. On admet que la variable D suit une loi exponentielle de paramètre λ= 1/82, appelée aussi loi de durée de vie sans vieillissement.

1. Calculer la probabilité pour que la distance parcourue sans incident soit :
   a. comprise entre 50 et 100 km
   b. supérieure à 300 km
2. Sachant que l'autocar a déjà parcouru 350 km sans incident, quelle est la probabilité qu'il n'en subisse pas non plus au cours des 25 prochains km ?