Licence 3 - SDV 2008-2009

UE Statistiques de base

Sujet 1

Contrôle continu – 9 Février 2009 – Corrigé

Exercice 1 :

1. On cherche le nombre de combinaisons de 3 voitures sélectionnées parmi 6, soit :

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!\times(6-3)!} = \frac{6!}{3!\times 3!} = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$$

Le concessionnaire peut présenter des combinaisons différentes pendant 20 jours. Le 21ème jour, il devra présenter une combinaison déjà exposée auparavant.

2. L'employé propose de réaliser des arrangements de 3 voitures sélectionnées parmi 6, soit :

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = 6\times5\times4 = 120$$

En utilisant des arrangements, on dispose de 6 fois plus de possibilités. L'employé a donc raison.

Exercice 2 :

1.

Groupe A		Groupe B	
Etudiant	Note	Etudiant	Note
Pierre	12	Paul	7
Marie	4	Sophie	11
Luc	2	Aurélie	13
Thomas	10	Nadia	16
Mathilde	4	Quentin	13
Saïd	18		
Sarah	4		
Cyril	3		
Cécile	14		
Mourad	11		
Mode	C'est la valeur la plus fréquente, soit : 4		13
Médiane	C'est l'équipartition du tableau, soit $\frac{4+10}{2}=7$		13

Moyenne	$\mu=\frac{\sum_{i}^{n} x_i}{n}=\frac{2+3+3\times4+10+11+12+14+18}{10}$ $\mu=8,2$		$\mu=\frac{7+11+2\times13+16}{5}=12$
Variance	$\sigma^2=\frac{\sum_{i}^{n} x_i^2}{n}-\mu^2$ $\sigma^2=\frac{2^2+3^2+3\times4^2+10^2+11^2+12^2+14^2+18^2}{10}-8,2^2$ $\sigma^2=\frac{946}{10}-67,24=27,36$		$\sigma^2=\frac{7^2+11^2+2\times13^2+16^2}{5}-12^2$ $\sigma^2=\frac{764}{5}-144=8,8$
Ecart type	$\sigma=\sqrt{\sigma^2}=\sqrt{27,36}\approx5,23$		$\sigma=\sqrt{8,8}\approx2,97$

2.

Groupe	Pourcentage d'étudiants	Pourcentage de réussite
A	$\frac{10}{10+5}=\frac{2}{3}\approx67\%$	$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}=50\%$
B	$\frac{5}{10+5}=\frac{1}{3}\approx33\%$	$\frac{4}{5}=80\%$

3. On cherche la probabilité que l'étudiant vienne du groupe A sachant qu'il a réussi l'examen. En adoptant la notation suivante pour les divers événements :

A : l'étudiant vient du groupe A.

B : l'étudiant vient du groupe B.

R : l'étudiant a réussi l'examen.

Les événements R d'une part, et A et B d'autre part, ne sont pas indépendants. On doit donc appliquer la formule de Bayes. La probabilité recherchée s'écrit :

$$p(A/R)=\frac{p(A\cap R)}{p(R)}$$

En ce qui concerne l'appartenance à un groupe, il n'y a pas d'autre possibilité que A ou B, et les événements A et B sont mutuellement exclusifs. On applique la formule des probabilités totales :

$$p(A/R)=\frac{p(R/A)p(A)}{p(R\cap A)+p(R\cap B)}$$

En appliquant à nouveau la formule de Bayes, on obtient :

$$p(A/R)=\frac{p(R/A)p(A)}{p(R/A)p(A)+p(R/B)p(B)}$$

L'application numérique donne :

$$p(A/R)=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}}=\frac{\frac{5}{15}}{\frac{5}{15}+\frac{4}{15}}=\frac{5}{9}\approx0,56$$